Леоненко Л. Л.

О ПРИНЦИПЕ УНИВЕРСАЛЬНОСТИ ДЛЯ СИСТЕМ С АТРИБУТИВНЫМ КОНЦЕПТОМ

В параметрической общей теории систем принимается так называемый принцип универсальности, согласно которому произвольный предмет может быть представлен в виде некоторой системы [1, с.22]. В работе [2] было показано, что в некоторых исчислениях языка тернарного описания (ЯТО) этот принцип формально недоказуем. Вместе с тем в [2] было построено исчисление ЯТО ChG-2, в котором для любой формулы $\mathfrak{A}$ можно указать такой йота-оператор ι и такие формулы $\mathfrak{B}$ и $\mathfrak{C}$, что доказуемы формулы

$$\mathfrak{C}([(\iota\mathfrak{A}^*)\mathfrak{B}]) \qquad \text{и} \qquad \mathfrak{C} \Rightarrow t \tag{1}$$

которые в совокупности описывают $\iota\mathfrak{A}$ как систему.

В этом описании $\iota\mathfrak{A}$ является системой с *реляционным* концептом. Оставался открытым вопрос, может ли произвольная формула $\mathfrak{A}$ быть представлена как система с *атрибутивным* концептом. Этот вопрос рассматривается в докладе.

Теорема 1. Пусть $\mathfrak{F}$ – произвольная *открытая* формула исчисления ChG-2, содержащая некоторую собственную подформулу $\iota\mathfrak{A}$. Тогда существуют такие формулы $\mathfrak{B}$ и $\mathfrak{C}$, что в ChG-2 доказуемы формулы

$$\mathfrak{F} \supset ([\mathfrak{B}(^*\iota\mathfrak{A})])\mathfrak{C} \qquad \text{и} \qquad \mathfrak{C} \Rightarrow t \tag{2}$$

Эскиз доказательства. В силу схемы аксиом ***D1*** исчисления ChG-2 формула $\mathfrak{F}$ имплицирует приписывание предмету $\iota\mathfrak{A}$ свойства, выражаемого некоторой формулой $\mathfrak{D}$:

$$\mathfrak{F} \supset (\iota\mathfrak{A}^*)\mathfrak{D} \tag{2^a}$$

и при этом $\mathfrak{D} \Rightarrow t$ (сравн. правило ***RK*** из работы [3, p.607]).

Формула (2^a) является открытой и содержит по крайней мере две непересекающиеся подформулы вида $\iota\mathfrak{A}$: одна из них входит в антецедент, а вторая в консеквент (2^a). Таким образом, к этим подформулам применима схема аксиом ***D2*** исчисления ChG-2. В силу ***D2*** формула (2^a) имплицирует приписывание списку $\iota\mathfrak{A} \cdot \iota\mathfrak{A}$ отношения, выражаемого некоторой формулой $\mathfrak{B}$: $\{\, \mathfrak{F} \supset (\iota\mathfrak{A}^*)\mathfrak{D} \,\} \supset \mathfrak{B}(^*\iota\mathfrak{A} \cdot \iota\mathfrak{A})$. При этом $\mathfrak{B} \Rightarrow t$. Если учесть, что $\iota\mathfrak{A} \cdot \iota\mathfrak{A} \Rightarrow \iota\mathfrak{A}$, отсюда нетрудно получить

$$\{\, \mathfrak{F} \supset (\iota\mathfrak{A}^*)\mathfrak{D} \,\} \supset \mathfrak{B}(^*\iota\mathfrak{A}) \tag{2^b}$$

Формула (2^b) является открытой и содержит вхождение подформулы $\mathfrak{B}$. Поэтому к ней применима схема аксиом ***D1***:

$$\{\{\, \mathfrak{F} \supset (\iota\mathfrak{A}^*)\mathfrak{D} \,\} \supset \mathfrak{B}(^*\iota\mathfrak{A})\} \supset (\mathfrak{B}^*)\mathfrak{C} \tag{2^c}$$

и при этом $\mathfrak{C} \Rightarrow t$.

В ChG-2 принимается схема аксиом ***A5***: $(\iota_2\mathfrak{J}^*)\iota_1\mathfrak{J} \supset (\iota_2\mathfrak{J})\iota_1\mathfrak{J}$. В силу ***A5*** доказуемо $(\iota_2\mathfrak{B}^*)\iota_1\mathfrak{C} \supset (\iota_2\mathfrak{B})\iota_1\mathfrak{C}$. Но поскольку как $\mathfrak{B}$, так и $\mathfrak{C}$ являются λ-формулами, т.е. обозначают *определённые* предметы, правило ***RJ*** исчисления ChG-2 позволяет удалить йота операторы, так что доказуема формула $(\mathfrak{B}^*)\mathfrak{C} \supset (\mathfrak{B})\mathfrak{C}$.

Учитывая это, из формул (2^a) – (2^c) нетрудно получить доказуемость формулы $\mathfrak{F} \supset ([\mathfrak{B}(^*\iota\mathfrak{A})])\mathfrak{C}$. Таким образом, (2) имеет место.

Следствие 1.1. Пусть $\mathfrak{A}$ – произвольная формула исчисления ChG-2. Существуют такой йота-оператор ι и такие формулы $\mathfrak{B}$ и $\mathfrak{C}$, что доказуемы формулы

$$([\mathfrak{B}(^*\iota\mathfrak{A})])\mathfrak{C} \qquad \text{и} \qquad \mathfrak{C} \Rightarrow t$$

которые в совокупности описывают $\iota\mathfrak{A}$ как систему с атрибутивным концептом.

Действительно, возьмем в качестве ι произвольный йота-оператор, не входящий в формулу $\mathfrak{A}$; и выберем произвольную *доказуемую* открытую формулу $\mathfrak{F}$, содержащую $\iota\mathfrak{A}$ как собственную подформулу. В качестве $\mathfrak{F}$ подойдут, например, формулы $\iota\mathfrak{A} \Rightarrow \iota a$, $(\iota\mathfrak{A})\iota\mathfrak{A}$, etc. Ввиду доказуемости $\mathfrak{F}$, из теоремы 1 вытекает утверждение следствия 1.1.

Теорема 2. Пусть $\mathfrak{F}$ – произвольная *открытая* формула исчисления ChG-2, содержащая некоторую собственную подформулу $\iota\mathfrak{A}$. Тогда существуют такие формулы $\mathfrak{D}$, $\mathfrak{B}$ и $\mathfrak{C}$, что $\mathfrak{D}$ есть собственная подформула формулы $\mathfrak{F}$, не пересекающаяся с $\iota\mathfrak{A}$, и в ChG-2 доказуемы формулы

$$\mathfrak{F} \supset [\mathfrak{B}(*\iota\mathfrak{A} \cdot \mathfrak{D})]\mathfrak{C} \qquad \text{и} \qquad \mathfrak{C} \Rightarrow t. \tag{3}$$

Эскиз доказательства. Прежде всего, из открытости формулы $\mathfrak{F}$ вытекает, что $\mathfrak{F}$ содержит некоторую собственную подформулу $\mathfrak{D}$, *не пересекающуюся* с подформулой $\iota\mathfrak{A}$. Это следует из определения понятия открытой формулы в ChG-2 (заметим, что это верно также для любых известных мне формулировок исчислений ЯТО).

Поскольку подформулы $\iota\mathfrak{A}$ и $\mathfrak{D}$ не пересекаются, к ним применима схема аксиом ***D2*** исчисления ChG-2. В силу ***D2*** формула $\mathfrak{F}$ имплицирует наличие отношения, реализуемого на списке $\iota\mathfrak{A} \cdot \mathfrak{D}$ и выражаемого некоторой формулой $\mathfrak{B}$:

$$\mathfrak{F} \supset \mathfrak{B}(*\iota\mathfrak{A} \cdot \mathfrak{D}) \tag{3^a}$$

Формула (3^a) является открытой и содержит вхождение подформулы $\mathfrak{B}$. Поэтому к ней применима схема аксиом ***D1***:

$$\{\ \mathfrak{F} \supset \mathfrak{B}(*\iota\mathfrak{A} \cdot \mathfrak{D})\ \} \supset (\mathfrak{B}*)\mathfrak{C} \tag{3^b}$$

и при этом $\mathfrak{C} \Rightarrow t$.

В (3^b) как $\mathfrak{B}$, так и $\mathfrak{C}$ являются λ-формулами, так что применив схему аксиом ***A5*** и правило ***RJ*** исчисления ChG-2, получим доказуемость формулы $(\mathfrak{B}*)\mathfrak{C} \supset (\mathfrak{B})\mathfrak{C}$.

Учитывая это, из формул (3^a) – (3^b) нетрудно получить доказуемость формулы $\mathfrak{F} \supset ([\mathfrak{B}(*\iota\mathfrak{A} \cdot \mathfrak{D})])\mathfrak{C}$. Таким образом, (3) имеет место.

Следствие 2.1. Пусть $\mathfrak{A}$ – произвольная формула исчисления ChG-2. Существуют такой йота-оператор ι и такие формулы $\mathfrak{B}$ и $\mathfrak{C}$, что доказуемы формулы

$$([\mathfrak{B}(*\iota\mathfrak{A} \cdot \mathring{\iota})])\mathfrak{C} \qquad \text{и} \qquad \mathfrak{C} \Rightarrow t$$

которые в совокупности описывают $\iota\mathfrak{A}$ как *неимманентную* систему с атрибутивным концептом.

Действительно, возьмем в качестве ι произвольный йота-оператор, не входящий в формулу $\mathfrak{A}$; и выберем произвольную *доказуемую* открытую формулу $\mathfrak{F}$, содержащую $\iota\mathfrak{A}$ и $\mathring{\iota}$ как непересекающиеся собственные подформулы. В качестве $\mathfrak{F}$ подойдет, например, формула $\{\iota\mathfrak{A} \Rightarrow a\} \cdot \{\mathring{\iota} \Rightarrow a\}$. Ввиду доказуемости $\mathfrak{F}$, из теоремы 2 вытекает утверждение следствия 2.1, если выбрать $\mathring{\iota}$ в качестве $\mathfrak{D}$.

Следствие 2.1 утверждает, что произвольную формулу $\mathfrak{A}$ можно представить не просто как систему, но как *неимманентную* систему. «*В неимманентной системе системообразующее отношение охватывает* <помимо субстрата – Л.Л.> *также элементы, выходящие за рамки данной системы*» [1, с.168; 4, p.147].

Таким образом, следствие 2.1 выражает более сильное утверждение, чем принцип универсальности (выражаемый следствием 1.1). Такое усиление может показаться чрезмерным. Представляется весьма вероятным, что в *общем* случае ответ на вопрос «Может ли произвольный предмет быть представлен в виде некоторой *неимманентной* системы?» должен быть *отрицательным*. Означает ли это, что полученное выше следствие 2.1 теоремы 2 влечет противоречие?

На мой взгляд, это не так. "Произвольному предмету" в языке тернарного описания сопоставляется произвольная формула языка $\mathfrak{A}$. Являясь формулой, она "подчиняется" принятым в ЯТО "законам" – аксиоматике и правилам вывода. Будучи приняты, эти законы (или часть их) могут характеризовать формулу $\mathfrak{A}$ как систему с особыми свойствами. Последние суть следствия *особого* характера концепта $\mathfrak{C}$ и структуры $\mathfrak{B}$ системы, субстратом или частью субстрата которой выступает формула $\mathfrak{A}$. Как оказалось, в исчислении ChG-2 неимманентность является одним из таких особых свойств.

Это не препятствует тому, что при выборе *иных* формул ЯТО $\mathfrak{C}$ и $\mathfrak{B}$, формально описывающих концепт и структуру системы, последняя будет обладать свойством имманентности. Выбор таких $\mathfrak{C}$ и $\mathfrak{B}$ может диктоваться не только и не столько законами ЯТО, сколько характером предметов, явлений и/или ситуаций, подлежащих формализации. В процессе последней ЯТО может "пополняться" новыми аксиомами и правилами, учитывающими специфику предметной области.

С другой стороны очевидно, что коль скоро для некоторой формулы $\mathfrak{A}$ ЯТО тем или иным способом доказано или постулировано, что она представляет собой систему (т.е. для $\mathfrak{A}$ имеют место соотношения, описываемые следствием 1.1), можно поставить следующий вопрос: обладает ли эта система какими-то значениями системных параметров, которые суть следствия *только* аксиом и правил вывода "чистого" ЯТО?

В случае положительного ответа могут возникать сомнения: отражают ли указанные значения системных параметров специфику моделируемой в ЯТО системы, не "навязываются" ли они ей законами ЯТО?

Если такие сомнения будут сочтены обоснованными, то путь их преодоления – уточнение предложенной ЯТО-модели.

Следует заметить, что эта проблема специфична не только для ЯТО, но и для иных математических средств моделирования. Например, если мы аппроксимируем функцию, заданную узлами интерполяции, алгебраическим полиномом нечетной степени, то вынуждены считаться с тем, что у этого полинома имеется хотя бы один вещественный корень. В случае, когда такое свойство признается нежелательным, приходится уточнять модель (например, заменяя полином сплайнами того или иного порядка, etc.).

Список литературы:

1. *Уемов А.И.* Системный подход и общая теория систем. – М.: Мысль, 1978. – 272 с.

2. *Леоненко Л. Л.* Логико-философский анализ системного представления объектов (исчисления языка тернарного описания): Дис. … канд. филос. наук. – Киев, ИФ АН УССР, 1985. – 262 с.

3. *Uyemov A.* The Ternary Description Language as Formalism for the Parametric General Systems theory: Part III // Int. Journal of General systems, 2003, Vol. 32 (6), p. 583–623.

4. *Uyemov A.* The Ternary Description Language as Formalism for the Parametric General Systems theory: Part II // International Journal of General Systems, 2002, Vol. 31(2), pp.131 – 151.